

1404-01

Total Pages : 16

Degree (Part-I) Examination, 2022

(Vocational)

MATHEMATICS

[Paper : First]

[PPU-D-I-(Sub)-MATH]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 100

Note : Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of equal value. Answer **five** questions in all. **Question No. 1** is **compulsory**. Besides this attempt at least **one** question from each section.

परीथार्थियों यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्न समान अंक के हैं। कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। इसके अलावा प्रत्येक खंड से कम से कम से एक प्रश्न का उत्तर दीजिये।

1. Answer **all** the questions.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

1404-01/2700

(1)

[P.T.O.]

(i) If A, B and C are non-empty sets, then $(A - B) \cup (B - A)$ is :

(a) $(A \cup B) - (A \cap B)$

(b) $A - (A \cap B)$

(c) $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d) $(A \cup B) - B$

यदि A, B और C गैर-रिक्त समुच्चय हैं, तो $(A - B) \cup (B - A)$ है :

(a) $(A \cup B) - (A \cap B)$

(b) $A - (A \cap B)$

(c) $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d) $(A \cup B) - B$

(ii) Suppose $S = \{1, 2, 3\}$, $T = \{1, 3, 5\}$ and $K = \{2, 3, 4, 5\}$, then which of the following is correct ?

(a) $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b) $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c) $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

(d) ~~None of these~~

मान लीजिए $S = \{1, 2, 3\}$, $T = \{1, 3, 5\}$ और $K = \{2, 3, 4, 5\}$, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

(a) $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b) $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c) $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

(d) इनमें से कोई नहीं

(iii) In the group of non-zero rational numbers under the binary operation "*" given by $a * b = a + b + 1$, the inverse of 2 is :

(a) -2

(b) -1

(c) -4

(d) None of these

$a * b = a + b + 1$ द्वारा दिए गए बाइनरी ऑपरेशन
" $*$ " के तहत गैर-शून्य परिमेय संख्याओं के समूह में, 2
का व्युत्क्रम है :

- (a) -2
- (b) -1
- (c) -4
- (d) इनमें से कोई नहीं

(iv) If $(1, \omega, \omega^2)$ is an abelian group under
multiplication, then identity element is :

- (a) 1
- (b) 0
- (c) -1
- (d) ω

अगर $(1, \omega, \omega^2)$ गुणन के तहत एक एबेलियन समूह है,
तो पहचान तत्व है :

- (a) 1
- (b) 0

(c) -1

(d) ω

(v) Which of the following are necessarily true ?

(a) $|AB| > |A||B|$

(b) $|AB| < |A||B|$

(c) $|AB| = |A||B|$

(d) None of these

निम्नलिखित में से कौन-सा आवश्यक रूप से सत्य है ?

(a) $|AB| > |A||B|$

(b) $|AB| < |A||B|$

(c) $|AB| = |A||B|$

(d) इनमें से कोई नहीं

(vi) If $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix,

then $x =$

(a) 3

(b) 6

(c) 8

(d) 4

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है,

तो $x =$

(a) 3

(b) 6

(c) 8

(d) 4

(vii) Which one of them is not interval ?

(a) (1, 2)

(b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) (3, π)

(d) (2π , 180)

इनमें से कौन अंतराल नहीं है ?

(a) $(1, 2)$

(b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) $(3, \pi)$

(d) $(2\pi, 180)$

(viii) Let $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$, then supremum of A is :

(a) 7

(b) 3

(c) Does not exist

(d) 0

माना $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$, तो A का सर्वोच्च मूल्य है :

(a) 7

(b) 3

(c) मौजूद नहीं

(d) 0

(ix) The conic $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ represents :

(a) Hyperbola

(b) Parabola

(c) Ellipse

(d) Circle

शंकु $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ दर्शाता है :

(a) अतिपरवलय

(b) परवलय

(c) दीर्घवृत्त

(d) वृत्त

(x) The acute angle between the lines $x - 2 = 0$ and $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$ is :

(a) 0°

(b) 30°

(c) 45°

(d) 60°

रेखाओं $x - 2 = 0$ तथा $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$ के बीच का न्यून कोण है :

(a) 0°

(b) 30°

(c) 45°

(d) 60°

Section-A / खण्ड-अ

2 / (a)

Two finite sets have m and n elements, respectively. The total number of subsets of first set is 56 more than the total number of subsets of the second set. Find the values of m and n .

दो परिमित समुच्चयों में क्रमशः m और n अवयव हैं। पहले समुच्चय के उपसमुच्चयों की कुल संख्या दूसरे समुच्चय के उपसमुच्चयों की कुल संख्या में 56 अधिक है। m और n के मान ज्ञात कीजिए।

(b) Let A, B and C be sets. Then show that
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

मान लीजिए कि A, B और C समुच्चय हैं। फिर दिखाइए कि $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ।

3. (a) Define group and show that n th root of unity forms a group.

समूह को परिभाषित कीजिए तथा दर्शाइए कि इकाई का n वाँ मूल समूह बनाता है।

(b) State and prove Lagrange's theorem.

लैग्रेंज की प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

Section-B / खण्ड-ब

4. (a) Show that every square matrix can uniquely be expressed as a sum of symmetric and skew-symmetric matrix.

दिखाइए कि प्रत्येक वर्ग मैट्रिक्स को विशिष्ट रूप से सममित और तिरछा-सममित मैट्रिक्स के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

(b) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, then find $A^2 + 2A + 7I$.

अगर $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, तो $A^2 + 2A + 7I$ खोजें।

5. (a) Solve the following L.P.P. graphically :

Max. $Z = 3x + 5y$

Subject to $3x + 5y \leq 15$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

निम्नलिखित को आलेखीय रूप से हल कीजिए :

अधिकतम $Z = 3x + 5y$

बाधाओं के अधीन $3x + 5y \leq 15$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(b) Solve the following L.P.P. using Simplex method :

Max. $Z = 40x + 30y$

Subject to $x + y \leq 12$

$$2x + y \leq 16$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

निम्नलिखित एल.पी.पी. को सिम्प्लेक्स विधि का उपयोग करके हल कीजिए :

अधिकतम $Z = 40x + 30y$

बाधाओं के अधीन $x + y \leq 12$

$$2x + y \leq 16$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Section-C / खण्ड-स

6. (a) Prove that the subsequence of a convergent sequence is also convergent.

सिद्ध कीजिए कि अभिसारी अनुक्रम का अनुगमन भी अभिसारी होता है।

(b) : Discuss the convergence of the series $\sum \frac{1}{n^p}$.

शृंखला $\sum \frac{1}{n^p}$ के अभिसरण पर चर्चा कीजिए।

7. (a) Simplify :

(i) $(\sqrt{3} + i)^{18}$

$$(ii) \quad (1 - \sqrt{3}i)^{23}$$

सरल कीजिए :

$$(i) \quad (\sqrt{3} + i)^{18}$$

$$(ii) \quad (1 - \sqrt{3}i)^{23}$$

(b) Prove the following :

$$(i) \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$(ii) \quad \cosh 2x = 2(\cosh x)^2 - 1$$

निम्नलिखित को सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$(ii) \quad \cosh 2x = 2(\cosh x)^2 - 1$$

8. (a) If $\sin(\alpha + i\beta) = x + iy$, then prove that

$$\frac{x^2}{\cosh^2 \beta} + \frac{y^2}{\sinh^2 \beta} = 1 \text{ and } \frac{x^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{y^2}{\cos^2 \alpha} = 1.$$

अगर $\sin(\alpha + i\beta) = x + iy$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{x^2}{\cosh^2 \beta} + \frac{y^2}{\sinh^2 \beta} = 1 \text{ तथा } \frac{x^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{y^2}{\cos^2 \alpha} = 1.$$

- (b) Resolve $\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$ into its real and imaginary parts.

$\tan^{-1}(\cos \theta + i \sin \theta)$ को उसके वास्तविक और काल्पनिक भागों में हल कीजिए।

Section-D / खण्ड-द

9. (a) Trace the conic

$$3(3x - 2y + 4)^2 + 2(2x + 3y - 5)^2 = 39.$$

शंकु $3(3x - 2y + 4)^2 + 2(2x + 3y - 5)^2 = 39$ को ट्रेस कीजिए।

- (b) Find the co-ordinates of the focus and equation to its directrix of the parabola

$$9x^2 + 24xy + 16 + y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$$

परवलय

$9x^2 + 24xy + 16 + y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ की अपनी दिशा के लिए फोकस और समीकरण के निर्देशांक खोजिए।

10. (a) Find the angle between the lines

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1} \text{ and}$$

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{2}$$

रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिए

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1} \text{ और}$$

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{2}$$

- (b) Find the equation of the plane which contains the

line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and the plane

$$x + 2y + z = 12.$$

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमें रेखा है

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4} \text{ और समतल}$$

$$x + 2y + z = 12.$$

-----x-----