

1404-01

Total Pages : 12

Degree (Part-I) Examination, 2023

(Vocational)

MATHEMATICS

[Paper : First]

[PPU-D-I-(V)-SUB-MATH]

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 100

Note : Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of **equal** value. Answer **five** questions in all. Question No. 1 is **compulsory**. Besides this attempt at least one question from each section.

परीक्षार्थी यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। इसके अतिरिक्त प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न का उत्तर दीजिए।

1. Answer **all** questions : [10x2 20]

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

1404-01/3120

(1)

[P.T.O.]

(iii) In a group G , $a, b \in G$ then $(a b)^{-1} =$

~~(a)~~ $b^{-1} a^{-1}$

(b) $a^{-1} b$

(c) $a^{-1} b^{-1}$

(d) $b^{-1} a$

(iv) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix if :

(a) $m < n$

~~(b)~~ $m = n$

(c) $m > n$

(d) None of the above

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि :

(a) $m < n$

(b) $m = n$

(c) $m > n$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(v) Hyperplane is a/an :

~~(a)~~ Closed set

(b) Open set

- (c) Both (a) and (b)
(d) None of the above

हाइपरप्लेन है

- (a) सवृत समुच्चय
(b) विवृत समुच्चय
(c) दोनों (a) और (b)
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(vi) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{9.11} + \dots =$

(a) 4

(b) π

(c) $\frac{\pi}{8}$

(d) $\frac{\pi}{3}$

(vii) The limit of a convergent sequence :

~~(a)~~ is unique

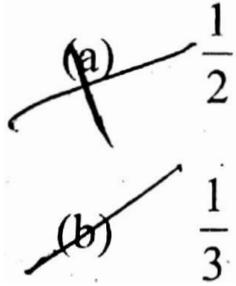
(b) is not unique

- (c) does not exist
(d) none of the above

एक अभिसारी श्रेणी की सीमा होती है।

- (a) अद्वितीय
(b) अद्वितीय नहीं
(c) अस्तित्व में नहीं
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(viii) The eccentricity of the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 12$
is :



- (c) $\frac{1}{4}$
(d) $\frac{1}{5}$

दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 = 12$ की उत्केन्द्रता
होगी ।

(a) $\frac{1}{2}$

~~(b) $\frac{1}{3}$~~

(c) 1

(d) $\frac{1}{5}$

(ix) If a line makes equal angles with the coordinate axes then its direction cosines are :

(a) $-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

~~(b) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$~~

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

~~(d) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$~~

यदि एक रेखा अक्षों से समान कोण बनाती है तो इसकी दिक् कोज्यायें होंगी।

$$(b) \quad \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Section-A/ खण्ड-अ

2. (a) Let A, B and C be sets then show that

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

मान लीजिए कि A, B और C समुच्चय हैं तो दिखाइए कि

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

(b) Prove that

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

सिद्ध कीजिए

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

3. (a) Define ring. Give examples.

रिंग की परिभाषा उदाहरण सहित लिखिए।

(b) Prove that :

$$(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}, \quad a, b \in G$$

सिद्ध कीजिए :

$$(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}, \quad a, b \in G$$

Section-B/ खण्ड-ब

4. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ prove

that $(AB)^t = B'A'$.

-9
-3

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ तो

सिद्ध कीजिए $(AB)' = B'A'$.

- (b) Find the inverse of the matrix if it exists :
मैट्रिक्स का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए, यदि वह अस्तित्व में है:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

5. (a) Prove that a hyperplane is a convex set.

सिद्ध कीजिए कि हाइपरप्लेन एक उन्नतोदर समुच्चय है।

- (b) Solve the following L.P.P. graphically :

$$\text{Max } Z = 2x_1 + x_2$$

Subject to constraints

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 2x_2 < 6$$

$$2x_1 + 3x_2 < 12$$

$$x_1, x_2 > 0$$

निम्नलिखित L.L.P. को आलेखीय रूप से हल कीजिए :

$$\text{अधिकतम } Z = 2x_1 + x_2$$

बाधाओं के अधीन

$$3x_1 + 2x_2 < 12$$

$$x_1 + 2x_2 < 6$$

$$2x_1 + 3x_2 < 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Section-C/ खण्ड-स

6. (a) Find the equation whose roots are the n^{th} powers of the root of the equation $x^2 - 2x \cos \theta + 1 = 0$.

समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका मूल $x^2 - 2x \cos \theta + 1 = 0$ का $n^{\text{वाँ}}$ घात है।

- (b) State and prove Gregory's series.

ग्रेगोरी श्रेणी की प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

7. ~~(a)~~ State and prove D'Alembert's Ratio Test.

- ~~(b)~~ Examine the convergency of the series

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \frac{x^4}{4.5} + \dots$$

8. (a) If $x_r = \cos \frac{\pi}{2^r} + i \sin \frac{\pi}{2^r}$ prove that

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots \infty = -1.$$

यदि $x_r = \cos \frac{\pi}{2^r} + i \sin \frac{\pi}{2^r}$ सिद्ध कीजिए

(b) If $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ prove that

$$\tan h \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

यदि $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ सिद्ध कीजिए

$$\tan h \frac{u}{2} = \tan \frac{\theta}{2}$$

Section-D/ खण्ड-द

9. (a) Find the equation to the normal at any point (x_1, y_1) on the parabola $y^2 = 4ax$.

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x_1, y_1) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the axes, foci, eccentricity and the latus rectum of the hyperbola $4x^2 - 9y^2 = 36$.

अतिपरवलय $4x^2 - 9y^2 = 36$ के अक्ष, नाभि, उत्केन्द्रता एवं नाभिलंब को ज्ञात कीजिए।

10. (a) If θ be the angle between the two lines whose direction cosines are l, m, n and l_1, m_1, n_1 then prove that $\cos \theta = ll_1 + mm_1 + nn_1$.

यदि दो रेखाओं की दिक् कोज्याएँ क्रमशः l, m, n और l_1, m_1, n_1 हो तथा बीच का कोण θ हो तो सिद्ध कीजिए $\cos \theta = ll_1 + mm_1 + nn_1$.

- (b) Find the equation of the plane passing through the point $(2, -3, 4)$ and parallel to $2x - 6y - 6z = 6$.

बिन्दु $(2, -3, 4)$ से गुजरने वाले तथा तल $2x - 6y - 6z = 6$ के समानांतर तल का समीकरण निकालिए।

----- X -----